

Prvi domaći iz predmeta Linearna algebra 1

1. Neka je sistem vektora $\{v_1, v_2, v_3\}$ linearno nezavisan. Tada je i sistem $\{v_1 - v_2, v_1 + v_2 + v_3, v_3\}$ linearno nezavisan. Dokazati.

2. Provjeriti da li je sistem vektora $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$ linearno nezavisan u prostoru \mathbb{R}^4 .

3. Provjeriti da li sistem vektora $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$ čini bazu u \mathbb{R}^3 .

4. Provjeriti da li sistem vektora $\{1 - t + t^2, 2t, 3 - t^3, 2t + t^2 - t^3\}$ čini bazu u prostoru $M_{\leq 3}$ polinoma stepena ≤ 3 .

5. Razmotrimo podskup $S \subseteq M_{\leq 3}$ zadat sa:

$$S = \{f(t) \in M_{\leq 3} \quad : \quad f(0) = 0\}.$$

a) Provjeriti da li je S potprostor u $M_{\leq 3}$.

b) Ako je S potprostor, naći $\dim S$ i jednu bazu u S .

6. U prostoru \mathbb{R}^5 je zadat sistem vektora

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}.$$

a) Provjeriti da li je ovaj sistem vektora linearno nezavisan.

b) Ako je ovaj sistem linearno nezavisan, dopuniti ga do baze u \mathbb{R}^5 .

7. Neka su $\{x_1, \dots, x_k\}$ i $\{y_1, \dots, y_m\}$ dva sistema vektora u prostoru V . Neka postoji nenulti vektor $v \in V$, takav da $v \in \text{Lin}\{x_1, \dots, x_k\}$ i $v \in \text{Lin}\{y_1, \dots, y_m\}$. Tada je sistem vektora $\{x_1, \dots, x_k, y_1, \dots, y_m\}$ linearno zavisan. Dokazati.